ДЕВЕТНАДЕСЕТИ ОБЛАСТЕН МАТЕМАТИЧЕСКИ ТУРНИР „ПЕРПЕРИКОН“ С МЕЖДУНАРОДНО УЧАСТИЕ КЪРДЖАЛИ, 30 ноември 2019 г.

Т Е М А   З А   7   К Л А С

Първите 5 задачи се оценяват с по 3 точки, задача 6 е с отворен отговор и се оценява с 5 точки, а задача 7 е с описание на решението и се оценява с 10 точки.

Време за работа 120 мин.

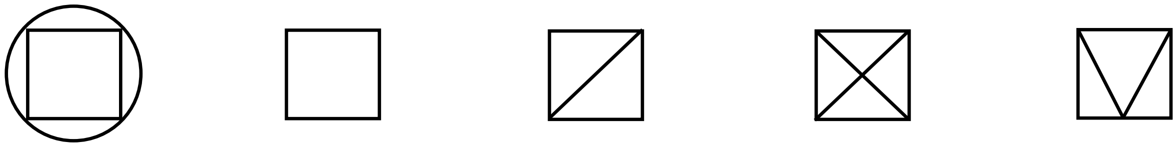
Задача 1. Г-н Ненков заплатил цената на една риза със 100-левова банкнота и получил ресто $\dfrac{3^4.4^3.35^2}{9^2.16.70}$ лв. Колко ризи още може да купи г-н Ненков на същата цена с полученото ресто?

A) 0 **B)** 1 **C)** 2 **D)** 3 **E)** 4

Задача 2. Нека $n=\dfrac{15^{-8}.\left(\dfrac{3}{5}\right)^{-10}}{9^{-9}}-5^2$. Колко е стойността на параметъра m в многочлена $(3x-2mx^2)(m-x^2+1)+nx-4$, ако коефициентът на едночлена от първа степен е 15?

A) 4 **B)** 3 **C)** 2 **D)** 1 **E)** 0

Задача 3. Колко от показаните фигури **НЕ** могат да се начертаят без вдигане на молива от листа и без преминаване през части от контура повече от веднъж?



A) 0 **B)** 1 **C)** 2 **D)** 3 **E)** 4

Задача 4. В пътнически влак, съставен от 11 вагона, пътуват общо 350 пътници. Броят на пътниците във всеки три последователни вагона е 99. Колко пътници пътуват в шестия вагон?

A) 33 **B)** 37 **C)** 39 **D)** 42 **E)** 46

Задача 5. Дадено е, че $\dfrac{a+5b}{a-5b}=5$, където $a\neq 0$, $b\neq 0$ и $a\neq 5b$. Да се пресметне стойността на израза $\dfrac{a+2b}{a-2b}$.

A) 2 **B)** $\dfrac{19}{11}$ **C)** $\dfrac{17}{10}$ **D)** $\dfrac{14}{9}$ **E)** 1

Задача 6. Подредете две единици, две двойки, две тройки, две четворки, две петици, две шестици и две седмици така, че между двете единици да има точно една цифра, между двете двойки да има точно две цифри, между двете тройки да има точно три цифри, между двете четворки да има точно четири цифри, между двете петици да има точно пет цифри, между двете шестици да има точно шест цифри и между двете седмици да има точно седем цифри.

Задача 7. Дадени са триъгълници ABC и KMN, за които е известно, че един от ъглите на ΔABC е 40^0, сборът на два от ъглите на ΔABC е равен на някои от ъглите на ΔKMN, сборът на други два от ъглите на ΔABC е равен също на някои от ъглите на ΔKMN. Намерете ъглите на ΔABC.

О Т Г О В О Р И   И   Р Е Ш Е Н И Я

1. **Отг. С).** Рестото е $\dfrac{3^4.4^3.35^2}{9^2.16.70}=\dfrac{3^4.4^3.5^2.7^2}{3^4.4^2.2.5.7}=2.5.7=70$ лв., а цената на една риза е $100-70=30$ лв. С рестото 70 лв. г-н Ненков може да купи още 2 ризи и ще му останат 10 лв.

2. **Отг. А).** $n=\dfrac{15^{-8}.\left(\dfrac{3}{5}\right)^{-10}}{9^{-9}}-5^2=\dfrac{3^{-8}.5^{-8}\cdot\dfrac{3^{-10}}{5^{-10}}}{3^{-18}}-5^2=\dfrac{\dfrac{3^{-18}}{5^{-2}}}{3^{-18}}-5^2=5^2-5^2=0$.

Коефициентът на едночлена от първа степен е $3(m+1)+n=3(m+1)$ и от равенството $3(m+1)=15$ намираме $m=4$.

3. Отг. В). Само четвъртата фигура не може.

4. Отг. Е). В първите 3, вторите 3 и последните 3 вагона пътуват общо $99+99+99=297$ пътници. Следователно в седми и осми вагон пътуват $350-297=53$ пътници. Но в шести, седми и осми вагон пътуват 99 пътници. Следователно пътниците в шести вагон са $99-53=46$.

5. В). Имаме $\dfrac{a+5b}{a-5b}=\dfrac{\dfrac{a}{b}+5}{\dfrac{a}{b}-5}=5$ и $\dfrac{a}{b}+5=5\dfrac{a}{b}-25$, откъдето $4\dfrac{a}{b}=30$ и следователно $\dfrac{a}{b}=\dfrac{15}{2}$. Тогава $\dfrac{a+2b}{a-2b}=\dfrac{\dfrac{a}{b}+2}{\dfrac{a}{b}-2}=\dfrac{\dfrac{15}{2}+2}{\dfrac{15}{2}-2}=\dfrac{15+4}{15-4}=\dfrac{19}{11}$.

6. Отг. 71316435724625. Показаното подреждане не е единствено.

7. Отг. $(40^0, 40^0, 100^0)$ **или** $(40^0, 70^0, 70^0)$. Нека ъглите на ΔABC са α, β и γ. Нека без ограничение на общността $\alpha+\beta=\angle KMN$ и нека сборът на други два ъгъла на ΔABC, например α и γ, е равен на $\angle KNM\neq\angle KMN$, т.е. $\alpha+\gamma=\angle KNM$. Тогава $180^0=\angle KMN+\angle KNM+\angle NKM>\angle KMN+\angle KNM=\alpha+\beta+\alpha+\gamma>\alpha+\beta+\gamma=180^0$, което е невъзможно. Заключаваме, че $\angle KNM=\angle KMN$, т.е. $\alpha+\beta=\alpha+\gamma$ и следователно $\beta=\gamma$. Така получаваме два случая: $\beta=\gamma=40^0$ и тогава $\alpha=100^0$ или $\alpha=40^0$ и тогава $\beta=\gamma=70^0$. Отговорите на задачата са $(40^0, 40^0, 100^0)$ или $(40^0, 70^0, 70^0)$.

<u>Оценяване</u>: За всеки посочен верен отговор се присъждат по 2 точки и по 3 точки за доказателство на съответния верен отговор.