

Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, задачите от 4 до 6 се оценяват с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Решението на задача 10 се описва **подробно** и се оценява с 15 точки. Организаторите Ви пожелават успех!

Име.....училищеград.....

1. Стойността на израза $\sqrt{13 - 30\sqrt{2 - \sqrt{9 - 4\sqrt{2}}} + \sqrt{18}}$ е равна на:

- А) 5 Б) $0,75 + 3\sqrt{2}$ В) $5 + 3\sqrt{2}$ Г) Друг отговор

2. Решенията на уравнението $\frac{x^3 - 5x^2 - 16x + 80}{\sqrt{x^2 - 10x + 24}} = 0$ са:

- А) -4, 4 и 5 Б) -4 и 4 В) -4 Г) Няма решение

3. Броят на решенията на системата $\begin{cases} 2x^2 + 2xy + 2y^2 = 18 \\ x + xy + y = 3 \end{cases}$ е:

- А) 4 Б) 2 В) 3 Г) Няма решение

4. Разглеждаме всички разпределения на 3 еднакви топки в 3 различни кутии. Избираме по случаен начин едно разпределение. Каква е вероятността едната кутия да е празна?

- А) $\frac{1}{3}$ Б) $\frac{2}{3}$ В) $\frac{3}{10}$ Г) $\frac{3}{5}$

5. Даден е равнобедрен трапец с основи AB и CD ($AB > CD$). Ъглополовящите на ъглите при страната AD се пресичат в точка P, а Ѫглополовящите на ъглите при страната BC – в точка Q. Намерете сбора на основите на трапеца, ако $AD = 9 \text{ cm}$ и $PQ = 5 \text{ cm}$

- А) 28 cm Б) 14 cm В) 9 Г) може да се определи

6. Страните на успоредник са 25 cm и 50 cm, а лицето му е 1200 cm^2 . Лицето на четириъгълника с върхове пресечните точки на Ѫглополовящите на ъглите на успоредника е:

- А) 150 cm^2 Б) 450 cm^2 В) 600 cm^2 Г) 300 cm^2

7. В равнобедрен трапец ABCD ($AB \parallel CD$) е вписана окръжност с център O, която се допира до основите AB и CD съответно в точките M и N. Бедрото на трапеца има дължина 8 cm и разликата на дължините на основите е 2 cm. Ако $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ и $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$, кой от посочените вектори е равен на $\frac{5}{9}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$?

- А) $\overrightarrow{OB}$ Б) $\overrightarrow{NO}$ В) $\overrightarrow{AO}$ Г) $\overrightarrow{MN}$

8. Броят на всички подмножества на множеството $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8\}$ е:

А) 256

Б) 128

В) 254

Г) 127

9. Колко са всички възможности 6 момчета и 5 момичета да седнат на една пейка така, че да няма две момичета едно до друго?

А) 86 400

Б) 1 814 400

В) 604 800

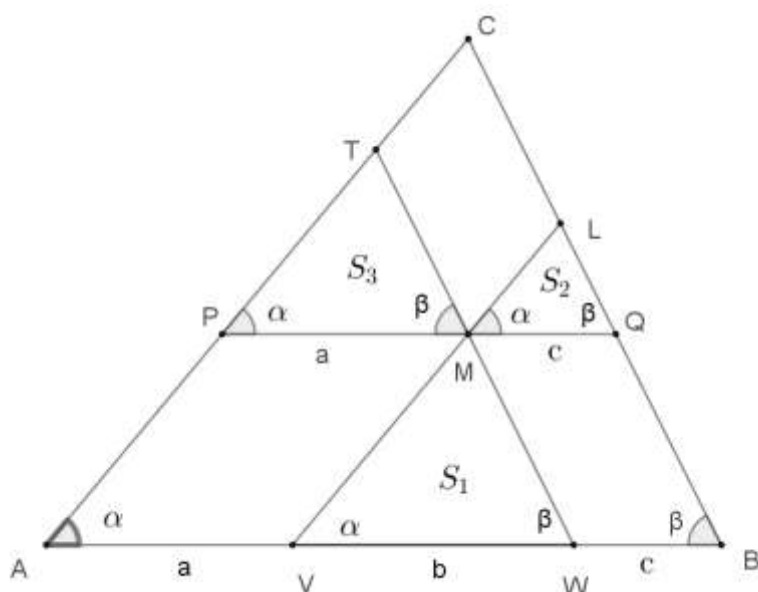
Г) 30

Решението на следващата задача 10 напишете подробно на бланката за отговори.

10. През произволна вътрешна точка на един триъгълник са построени прави, успоредни на страните му. Построените прави разделят триъгълника на части, три от които са триъгълници. Ако тези триъгълници имат лица съответно S_1 , S_2 и S_3 намерете лицето на дадения триъгълник.

№ на задача	Отговор	Брой точки
1	A	3
2	B	3
3	Б	3
4	Г	5
5	A	5
6	Г	5
7	B	7
8	A	7
9	Б	7
10	$S_{ABC} = (\sqrt{S_1} + \sqrt{S_2} + \sqrt{S_3})^2$ Разпределение на точките е показано в примерното решение.	15

Примерно решение на задача 10:



$$\angle BAC = \angle WVM = \angle MPT = \angle QML = \alpha$$

$$\angle ABC = \angle VWM = \angle PMT = \angle MQL = \beta \quad \dots\dots\dots 1 \text{ точка}$$

$$\text{Означаваме } PM = AV = a \text{ и } MQ = WB = c \quad \dots\dots\dots 1 \text{ точка}$$

$$\text{Означаваме } VW = b, S_{VWM} = S_1, S_{MQL} = S_2 \text{ и } S_{PMT} = S_3$$

$$\triangle PMT \sim \triangle MQL \quad (\text{по 1 признак}) \dots\dots\dots 1 \text{ точка}$$

$$\text{Следователно } \frac{S_3}{S_2} = \frac{a^2}{c^2} \text{ откъдето получаваме } c = \frac{a\sqrt{S_2}}{\sqrt{S_3}} \quad \dots\dots\dots 2 \text{ точки}$$

Следователно $PQ = a + c = a + \frac{a\sqrt{S_2}}{\sqrt{S_3}} = \frac{a(\sqrt{S_2} + \sqrt{S_3})}{\sqrt{S_3}}$ 1 точка

$\triangle PMT \sim \triangle PQC$ (по 1 признак) 1 точка

Следователно $\frac{S_3}{S_{PQC}} = \frac{a^2}{PQ^2} = \frac{a^2 \cdot S_3}{a^2 \cdot (\sqrt{S_2} + \sqrt{S_3})^2}$

Следователно $S_{PQC} = (\sqrt{S_2} + \sqrt{S_3})^2$ (1).....1 точка

$\triangle PMT \sim \triangle VWM$ (по 1 признак)1 точка

Следователно $\frac{S_3}{S_1} = \frac{a^2}{b^2}$, откъдето получаваме $b = \frac{a\sqrt{S_1}}{\sqrt{S_3}}$ 2 точки

Следователно $AB = a + b + c = a + \frac{a\sqrt{S_1}}{\sqrt{S_3}} + \frac{a\sqrt{S_2}}{\sqrt{S_3}} = a \frac{(\sqrt{S_1} + \sqrt{S_2} + \sqrt{S_3})}{\sqrt{S_3}}$ 1 точка

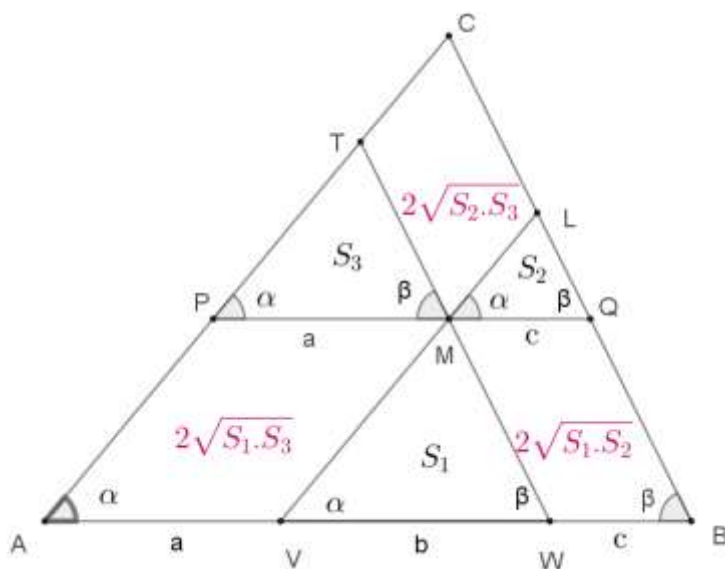
$\triangle PQC \sim \triangle ABC$ (по 1 признак)..... 1 точка

Следователно $\frac{S_{ABC}}{S_{PQC}} = \frac{AB^2}{PQ^2} = \frac{\frac{a^2 (\sqrt{S_1} + \sqrt{S_2} + \sqrt{S_3})^2}{S_3}}{\frac{a^2 (\sqrt{S_2} + \sqrt{S_3})^2}{S_3}} = \frac{(\sqrt{S_1} + \sqrt{S_2} + \sqrt{S_3})^2}{(\sqrt{S_2} + \sqrt{S_3})^2}$ 1 точка

От (1) следва, че $S_{ABC} = (\sqrt{S_1} + \sqrt{S_2} + \sqrt{S_3})^2$ 1 точка

Коментар върху задачата:

Общо 15 точки



$$S_{ABC} = S_1 + S_2 + S_3 + 2\sqrt{S_1S_2} + 2\sqrt{S_1S_3} + 2\sqrt{S_2S_3}$$